

СООТВЕТСТВУЕТ ЛИ ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ СПОСОБНОСТЬ ЖИВОТНЫХ К РАЗМНОЖЕНИЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ?

Г. И. Шпет

(Украинский научно-исследовательский институт рыбного хозяйства)

Благодаря авторитету Ч. Дарвина широко утвердилось представление о способности организмов размножаться в геометрической прогрессии. Ч. Дарвин в книге «Происхождение видов» (русск. изд.— 1935 г.) посвящает этому вопросу специальный раздел «Размножение в геометрической прогрессии», в котором говорит о чрезвычайной скорости размножения животных и растений «в силу начала геометрической прогрессии размножения» (с. 171). «Геометрическая прогрессия их размножения... просто объясняет быстрое возрастание их численности...» (с. 172); «... мы с уверенностью можем утверждать, что все животные и растения стремятся размножиться в геометрической прогрессии... и что это стремление к размножению в геометрической прогрессии должно задерживаться истреблением...» (с. 173). Известно, что Ч. Дарвин тут же ищет подкрепления своим взглядам в пресловутом учении Мальтуса. Все приведенные выше цитаты даны без математического анализа, в общем виде, а в остальной части раздела приведены примеры быстрого распространения различных организмов в благоприятных условиях, отмечено их неизбежное истребление и т. п.; этот материал опять-таки дан без конкретного анализа потенциального размножения и численности какой-либо упоминаемой формы (названы: рогатый скот, лошади, крупные домашние животные, кондор, буреветник, мухи; чертополох, деревья; животные, которые ежегодно спариваются и растения, ежегодно приносящие семена).

Между тем, легко убедиться, что потенциальная геометрическая прогрессия размножения, о которой говорит Ч. Дарвин, как математическое выражение увеличения численности не наблюдается среди форм, приводимых Дарвином (в частности, высшие животные и человек такой закономерности не подчиняются). У них проявляется специфическая прогрессия размножения, ряд членов которой не соответствует ни одному из признаков геометрической прогрессии, служащих для ее математического определения (подробнее см. Шпет, 1965). Приведем примеры.

Домашняя свинья созревает в 9—11 месяцев и первый помет даст через 110—120 дней после оплодотворения, а последующие— в среднем каждые 6 месяцев. В каждом помете примем в среднем 8 детей (4 пары; самец+самка). Таким образом, пара свиной по прошествии года даст 4 пары детей; еще через полгода — снова 4 пары детей, через следующие полгода первая пара родителей в третий раз даст 4 пары детей, но к этому времени созреют и дадут детей (внуков) первые дети первоначальных родителей. Другими словами, пока растут и начинают размножаться дети, родители повторно дают новые пометы. Геометрическая прогрессия размножения осуществлялась бы, если бы первые родители дали только первых детей, дети — внуков,

внуки — правнуков и т. д., т. е. если бы учитывались только основные поколения. Но ведь родители и дети дают повторные пометы! В результате этого потенциальный ряд прогрессии размножения в нашем примере примет (за 6 лет) следующий вид:

Время (в годах)	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
Потомство	—	—	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Число пар детей в потомстве	1 (первая пара — родители)	—	4	4	20	36	116	260	724	1764	4660	11716

Отношение полов мы приняли 1 : 1. Общее число пар родителей и детей за 6 лет получим путем суммирования ряда потомств — 19 305, т. е. 38 610 особей (в статье Шпет, 1965, за 6 лет приведена цифра 23,4 тыс. без суммирования с количеством потомков за предыдущие годы).

Карп в наших условиях созревает обычно 4 года, а затем нерестится ежегодно. Среднюю плодовитость самки примем равной 700 тыс. икринок. При отношении полов 1 : 1 от одной кладки будем иметь 350 тыс. пар детей. В таком случае ряд прогрессии размножения карпа (за 9 лет) будет иметь следующий вид:

Время (в годах)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Потомство	—	—	—	—	I	II	III	IV	V
Число пар детей в потомстве (в тыс.)	I (первая пара — родители)	—	—	—	350	350	350	350	1225 · 10 ⁵

(На 9-м году размножение первой пары родителей не учтено ввиду его относительной незначительности).

Подобная прогрессия размножения свойственна и упоминаемым Дарвином формам животных и растений.

Дафния магна в благоприятных условиях от яйца до половозрелой формы растет 6 дней, затем, размножаясь партеногенетически, дает повторные пометы каждые 3 дня, допустим, всего три раза за свою короткую жизнь (15 дней) и умирает. В помете в среднем 25 детей, а за всю жизнь — 75. Ряд прогрессии размножения для дафнии магна за 36 дней (период размножения взят произвольно) примет следующий вид:

Время (в днях)	3	6	9	12	15	18	21
Потомство	—	—	I	II	III	IV	V
Число детей в потомстве	1 (первая самка — родительница)	—	25	25	26 · 25 = 650	50 · 25 = 1250	(50 + 26 · 25) · 25 = 17500

Время (в днях)	24	27	30	33	36
Потомство	VI	VII	VIII	IX	X
Число детей в потомстве	(25 + 650 + 1250) · 25 = 48125	(650 + 1250 + 17500) · 25 = 485000	(1250 + 17500 + 48125) · 25 = 1671875	(17500 + 48125 + 485000) · 25 = 13765625	(48125 + 485000 + 1671875) · 25 = 55125000

Полученная прогрессия размножения:

1 — 25 25 650 1250 17500 48125 485000 1671875 13765625 55125000

рассчитана с учетом отмирания дафний после 15 дней жизни; кроме

того, при исчислении количества детей любого потомства надо учитывать, что предыдущее потомство еще не созрело для размножения.

Приведенные в качестве примеров три ряда потенциальной прогрессии размножения в их фактическом виде при условии отсутствия истребления и преждевременного отмирания животных оказались одноклеточными. Легко убедиться, что эти ряды не соответствуют определению рядов геометрической прогрессии.

Действительно, в элементарных учебниках математики геометрическая прогрессия (ГП) определяется как ряд чисел, в котором каждое число, начиная со второго, равняется предшествующему, умноженному на одно и то же число, постоянное для этого ряда. Там же дается формула вычисления любого члена ГП и суммы всех членов ГП. Все эти три признака не применимы для ряда прогрессии размножения*.

Прогрессия размножения сходна с геометрической прогрессией только по одному частичному признаку: члены ряда прогрессии размножения возрастают, будучи умножены на одно и то же число, постоянное для этого ряда. Однако умножается, как правило, не предшествующий определяемому член, а сумма предшествующих ему, кроме последних одного, двух и более членов (молодые, неполовозрелые животные) — в зависимости от специфики размножения данного вида организмов.

Дарвиновская потенциальная геометрическая прогрессия размножения возможна в природе, но лишь в тех случаях, когда родители размножаются, например, раз в год, а затем отмирают, как у многих насекомых или однолетних растений или, наконец, при делении инфузорий, бактерий, кстати, объектов, не анализировавшихся Дарвином.

Обычно же, при наличии повторных пометов (кладок) у родителей и одновременном размножении детей, внуков — прогрессия размножения усложняется и приобретает иные закономерности, не укладывающиеся в понятие геометрической прогрессии. Это — специфические расходящиеся ряды.

Благодаря разнообразию и варьированию факторов, определяющих плодовитость (сроки созревания, частота пометов, число детей в помете, соотношение полов, продолжительность половой жизни), прогрессия размножения каждого вида имеет свой особый характер и редко совпадает у разных видов. Однако общую формулировку для определения любого члена этой прогрессии можно дать:

*число особей (пар) любого потомства (члена ряда), начиная с члена ряда, равного $k^{**} + 1$, равно сумме особей (пар) всех предыдущих потомств (включая первую пару родителей как первый член ряда и исключая количество предшествующих определяемому потомству, равное $k - 1$), умноженной на число детей (пар) в помете.*

В ряду прогрессии размножения для раздельнополых организмов единицей служит одна пара (самка + самец), для размножающихся партеногенетически — одна особь. Общее число потомков за данный период получим, суммируя ряд потомств (членов прогрессии размножения) за этот период.

Когда в течение заданного периода первые родители и дети уже отмирают или перестают размножаться, их следует исключить из расчетов, хотя ошибка в случае их оставления будет незначительной.

* Автор выражает благодарность преподавателю кафедры высшей математики Киевского политехнического института Г. П. Сандеру за консультацию.

** Под k понимаем отношение периода развития и созревания до первого деторождения к периоду между двумя последующими пометами; k для упрощения вычислений надо округлять до целого числа.

Если геометрическая прогрессия учитывает нарастание лишь последовательных поколений (поколений) — родители, дети, внуки, правнуки и т. д., то истинная прогрессия размножения включает еще и повторные пометы родителей, детей и т. д., т. е. она дает еще большие величины, чем геометрическая прогрессия. Действительно, для взятой нами в качестве примера дафния магна, если учесть 6 поколений при 25 детях в помете, геометрическая прогрессия $1 \cdot 25^6$ дает число потомков, равное в сумме 10 172 526, а истинная прогрессия размножения — 71 115 076; разница почти в 7 раз! Если мы все-таки попытаемся свести темп размножения дафнии к геометрической прогрессии и вместо 25 примем в качестве знаменателя прогрессии число всех детей, которых одна дафния рождает за свою жизнь, т. е. допустим 2—3 помета, 50—75 детей, то уже при $1 \cdot 50^6$ получаем в сумме 318 877 551 особь, т. е. цифру большую против получаемой при истинной прогрессии размножения в 4,5 раза! Таким образом, сведение в приведенном примере темпа размножения к геометрической прогрессии дает ошибку в сторону уменьшения или увеличения в 7—4,5 раза. В примере с домашней свиньей сведение темпа размножения к геометрической прогрессии при принятых нами 4 парах детей в помете показало бы, что за 6 лет потомство пары свиней составит $1 \cdot 4^6$, или в сумме — 2730 свиней, а не 38 610, как получается при истинной прогрессии размножения (разница в 14 раз!).

Возможно такое критическое замечание: геометрическая прогрессия лежит в основе увеличения числа потомков и дает астрономические цифры, не соответствующие количеству потомков, даваемому каким-либо животным, в природе; так стоит ли уточнять эту прогрессию, если в результате уточнения мы получаем еще большие, т. е. еще менее реальные цифры? Не слишком ли абстрактны подобные вычисления?

Очевидно, это не так. Человек в состоянии использовать прогрессию размножения организмов, как это показывает опыт рыбоводов, которыми доказана возможность получения потомства из большей части отложенной икры (у лососевых, карпа); используется эта прогрессия и в животноводстве. В отношении низших форм прогрессия размножения используется при разведении живых кормов, в дрожжевом производстве, где заложенные сегодня килограммы дрожжей на завтра дают тонны их (Родина, 1958).

В овладении природой человек должен обладать возможно более точными знаниями закономерностей, ею управляющих.

Вовлечение новых природных ресурсов, в том числе животных и растений, в развитие производительных сил страны требует глубокого изучения законов, определяющих пополнение, рост и убыль популяции (Никольский, 1962), характер взаимосвязей родительского стада и потомства (Никольский, 1965). Ошибка в расчетах в 4,5—7, в 14 раз, как в наших примерах, недопустима в научном познании, недопустима она и в хозяйственных расчетах, например, в животноводстве при планировании быстрого восстановления поголовья различных видов домашних животных. Геометрическую прогрессию размножения нередко кладут в основу различных эколого-теоретических построений без учета ее существенных отличий от истинной прогрессии размножения.

ЛИТЕРАТУРА

- Дарвин Ч. Русск. изд. 1935 г. Происхождение видов. М.—Л.
Никольский Г. В. 1962. Вид и видообразование. М.
Его же. 1965. О теории динамики численности популяций водных животных. Тез. I съезда Всесоюзн. гидробиол. о-ва. М.
Родина А. Г. 1958. Микроорганизмы и повышение рыбопродуктивности прудов. М.—Л.
Шпет Г. И. 1965. К сравнительной продуктивности водных (и других) животных. Журн. общ. биол., 26, 2. М.

Поступила 4.V 1967 г.

DOES THE POTENTIAL ABILITY OF ANIMALS TO REPRODUCTION CORRESPOND TO GEOMETRICAL PROGRESSION?

G. I. Shpet

(The Ukrainian Research Institute of Fish Industry)

Summary

The idea is widely spread of the ability of organisms to reproduction in geometrical progression. But it is shown on some examples that potential progression of reproduction of the animals usually differs essentially from the geometrical progression and from the mathematical point of view it has no character by which the geometrical progression is determined. Reducing the potential progression of reproduction to the geometrical one we make a great mistake (in the given examples — 4.5 — 14 times), inadmissible in the science the more so, as the potential ability of organisms to reproduction is very often met with in the practice.